

2-laboratoriya ishi

Mavzu: Matematik mayatnik yordamida erkin tushish tezlanishini aniqlash

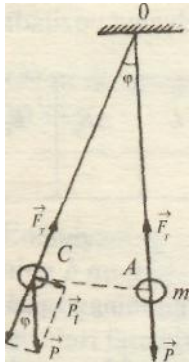
Ishning maqsadi

1. Matematik mayatnikning tebranish davrini tajribada aniqlashni o'rganish.
2. Tebranish davrining mayatnik yelkasi uzunligiga bog'liqligini o'rganish.
3. Tajribada topilgan natijalar asosida erkin tushish tezlanishini hisoblashni o'rganish.

Ishning nazariy asosi

Moddiy nuqtaning muvozanat vaziyatidan istalgan vaqt-dagi $x(t)$ siljishi—sinus yoki kosinus qonunlariga binoan o'zgaradigan garmonik tebranma harakatdir.

Nyuton matematik mayatnik yordamida og'irlik kuchi tezlanishini juda katta aniqlik bilan topgan. Bu usulning aniqligi shunchalik kattaki, u g og'irlik kuchi tezlanishining geografik kenglikka bog'liq o'zgarishi (Ag_1)ni hamda Yer qatlami zichligining o'zgarishi tufayli g ning normal qiymatidan chetlanishi (Ag_2)ni yaqqol aniqlashga imkon beradi.



10- rasm.

Matematik mayatnik deb, vaznsiz va cho'zilmaydigan ipgaosilgan moddiy nuqtaga aytiladi. Mayatnikning uzunligi osma ipning bog'lanish nuqtasidan uning og'irlik markazigacha bo'lgan masofaga teng. Og'irlik markazigacha bo'lgan masofani aniqlash qulay bo'lishi uchun mayatnik sifatida shar shaklidagi qattiq jism olinadi. Real matematik mayatnik Matematik mayatnik bilan tanishishda uni uzunligi ℓ , massasi m bo'lgan moddiy nuqtadan iborat va yuqorida ko'rsatilgan shartlarni qanoatlantiruvchi ideal matematik mayatnik bilan almashtirish mumkin (10- rasm). Muvozanat holatidan a burchakka og'dirilgan moddiy nuqtaga ikkita kuch ta'sir qiladi: og'irlik kuchi ($P = mg$) va ipning taranglik (F) kuchlari.

Agar P og'irlik kuchini ipning yo'nalishi bo'yicha yo'nalgan P_2 va nuqtaning harakat yoyiga o'tkazilgan urinma bo'yicha yo'nalgan P_1 tashkil etuvchilarga ajratsak, nuqtaning normal (markazga intilma) tezlanishi ip bo'ylab yo'nalgan kuchlar farqi bilan, tangensial tezlanishi esa faqat P_1 kuch bilan aniqlanadi, ya'ni

$$\bar{a}_n = \frac{\bar{F} - \bar{P}_2}{m} \quad (1)$$

Nyutonning II qonuniga asosan tangensial tezlanishni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$a_t = \frac{P_1}{m} = \frac{P \sin \alpha}{m} = \frac{mg \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha \quad (2)$$

Demak, bu ifodadan ko'rinadiki, tebranma harakat qiluvchi nuqtaning tangensial tezlanishi uning massasiga bog'liq emas.

Tezlikning son qiymati, shuningdek, bir chetki holatidan ikkinchi chetki holatiga kelish uchun ketadigan vaqt nuqtaning massasiga bog'liq bo'lmasligi kerak. Tangensial tezlanish son qiymati jihatidan nuqta tezligining o'zgarishini ifodalaydi, ya'ni: $a_t = dv/dt$.

Nuqtaning tezligini quyidagi $v = dx/dt$ shaklda ifodalasak, unda tangensial tezlanishni

$$a_t = d^2x/dt^2$$

deb yozish mumkin, bu yerda dx — nuqtaning dt vaqt oralig'ida yoy bo'ylab bosib o'tgan yo'li. — dv va dx lar bir-biriga nisbatan qarama-qarshi ishorali, chunki dx musbat (nuqta muvozanat holatidan chetga chiqayotganida siljish ortib boradi) bo'lganda, dv manfiy (tezlik kamayib boradi) bo'ladi. Shuning uchun tangensial tezlanishni tebranma harakat qonuniga mos ravishda yozish mumkin:

$$d^2x/dt^2 = -g \sin \alpha.$$

Og'ish burchagi kichik bo'lganida ($\alpha \leq 0,2 \text{ rad} = 0,2 \cdot 57^\circ = 11,4^\circ$) $\sin \alpha = \alpha$ (bunda xatolik 0,4% atrofida) bo'ladi. Ushbu holda tangensial tezlanish ifodasi yana ham soddalashadi, ya'ni:

$$d^2x/dt^2 = -\alpha g.$$

Agar α burchak nuqtaning muvozanat holatidan og'ish masofasi (x) orqali ifodalansa (ya'ni $\alpha = x/l$), u holda:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{gx}{l} \quad (3)$$

Demak, istalgan vaqt uchun nuqtaning siljish kattaligidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosila siljishga to'g'ri proporsional. Nuqtaning harakat qonunini aniqlash uchun istalgan vaqtdagi muvozanat holatidan siljishni ifodalovchi $x = x_0(t)$ funksiyani topish lozim. Agar nuqta tebranma harakat qilsa, uning funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

bunda x_0 — tebranish amplitudasi, φ — tebranishning boshlang'ich fazasi. ω esa siklik chastota bo'lib, u quyidagicha ifodalanadi:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (5)$$

Tenglama (4) dagi burchaklar radianlarda o'lchansa, uni qanoatlantiravchi harakat garmonik harakat bo'ladi, bu harakatning tebranma harakatdan iborat ekanligi sinusning davriyligidan ma'lumdir. Bu funksiyaning davri 2π ga teng, ya'ni $(\omega t + \varphi)$ kattalik 2π ga o'zgarganda x qiymat takrorlanadi.

Demak, moddiy nuqta bir yo'nalishda harakat qilib, o'zining holatini takror o'tishi uchun kerak bo'ladigan Tvaqt quyidagi shartdan topiladi:

$$(\omega t_2 + \varphi) - (\omega t_1 + \varphi) = 2\pi.$$

Bundan matematik mayatnik yoki nuqtaning tebranish davri topiladi, ya'ni:

$$T = t_2 - t_1 = 2\pi/\omega. \quad (6)$$

Ushbu tenglamaga (5) ni qo'yib, tebranish davrining mayatnik yelkasining uzunligiga va jismning erkin tushish tezlanishiga bog'lanish ifodasi hosil qilinadi:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} \quad (7)$$

Demak, mayatnikning tebranish davri uning uzunligiga va berilgan nuqtadagi og'irlik kuchi tezlanishiga bog'liq ekan. Bu formuladan mayatnik uzunligining tebranish davri kvadratiga nisbati o'zgarmas kattalik bo'lib, uning qiymati og'irlik kuchi tezlanishiga tengligini keltirib chiqarish mumkin:

$$g = 4\pi^2 l / T^2 \quad (8)$$

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, tajribada mayatnik uzunligini va uning tebranish davrini o'lchab, kattaliklarni (8) tenglamaga qo'yib, gning qiymatini hisoblab topish mumkin ekan.

Nyuton tomonidan bajarilgan o'lchashlardan foydalanib, Yerning massasi yetarlicha aniqlik bilan topilgan, chunki gravitatsion maydon nazariyasidan ma'lumki, og'irlik kuchi tezlanishi quyidagicha ifodalanadi:

$$g = \gamma (M_{Yer}/R^2)$$

bu yerda M_{Yer} — Yer massasi; R — Yer radiusi; γ — gravitatsiya doimiysi. Bunda y Kavendish tajribasiga o'xshash tajribalardan, Yer radiusi esa astronomik o'lchashlardan aniqlanishi mumkin. Nyuton har xil moddadan yasalgan va massasi har xil bo'lgan mayatniklarning tebranish davrlarini kuzatib, og'irlik kuchi tezlanishining qiymati mayatnik massasiga bog'liq emas, degan xulosaga kelgan. Bu xulosa, o'z navbatida, inert va tortishish massalarining bir-biriga ekvivalent massalar ekanligini bildiradi.

Og'irlik kuchi tezlanishini (8) formula bilan hisoblanganda, vaqtni katta aniqlikda oichash qiyin bo'lganligidan, hisoblash xatoligi katta bo'ladi. Hisoblash xatoligini kamaytirish maqsadida quyidagi usuldan foydalanamiz. Ma'lumki,

$$T^2 = (4\pi^2/g)l ,$$

O'lchash tartibi	50 ta tebranish uchun ketgan vaqt		Erkin tushish tezlanishi, g	T_1^2	T_2^2
	t_i^I	t_i^{II}			

Nazorat savollari

1. Nima sababdan mayatnik tebranishining burchak amplitudasini kichik qilib olish tavsiya qilinadi?

2. Berilgan mayatnik shaxtaga tushirilsa, tebranish davri qanday o'zgaradi?

3. Aynan shu mayatnik Oyda qanday davr bilan tebranadi?

Ushbu ishni bajarishda qaysi kattalikning o'lchash aniqli-gini yuqori qilib olish zarur?